



Фракталы: Губка Менгера

Основное содержание урока

Этот фильм описывает Губку Менгера – фрактальную форму, созданную путем итеративных вычислений. Отсутствие в фильме введения во фракталы не мешает понять его главное содержание, однако предварительное знание о фрактале будет полезно. Используя не алгебраические вычисления, а графические изображения, можно наглядно увидеть, как объем Губки уменьшается до нуля при каждой итерации, а ее площадь поверхности возрастает до бесконечности. Математика Губки Менгера является сложной, поэтому лучше ее не использовать для объяснения ученикам младших классов, однако информация, показанная в фильме, будет понятна ученикам всех возрастов.



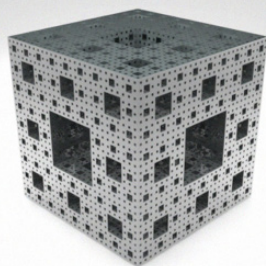
Основные результаты

Цели урока

- Сформировать понятие природы фрактала и его самоподобие.
- Ввести термины “грань”, “ребро” и “вершина” в контексте трехмерных тел.

Рекомендуемые задания

- Построение 1D и 2D аналогов Губки Менгера, множество Кантора и ковер Серпинского.
- Вычисление результатов относительно количества точек, длины, периметра и площади для этих фракталов.



Любопытным аспектом Губки Менгера является то, что при уменьшении ее объема, площадь поверхности увеличивается.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Развивать умение вычислять, используя стандартные геометрические определения, численные значения площади и объема геометрических фигур в задачах, и использовать это в свойствах подобных фигур.
- Ввести понятие того, что соотношение площадей и объемов подобных фигур является соответственно квадратным и кубическим соотношением сторон двух фигур.
- Развивать умение вычислять значения чисел в последовательности, определенной через степени их порядковых номеров.
- Развивать умение интерпретировать информацию, представленную в нелинейном графике, и связывать это с алгебраической формой функций (степенные и обратные функции).

Рекомендуемые задания

- Исследование того, что происходит с Губкой Менгера, рассматривая количество кубов (кубов на каждой итерации) на каждом этапе процесса. Выведение формулы для числа кубов, после каждой итерации (20^n в степени n).
- Составление графиков площади поверхности и объема одного куба на каждом этапе создания Губки Менгера (больше кубов малых размеров на каждом шаге) и количество кубов в каждой итерации и нахождение связи между этими графиками и графиком, описанным в фильме.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Фракталы: Снежинка Коха

Этот фильм похож на фильм “Губка Менгера”, но в нем дается введение во фракталы и исследуются двухмерные фрактальные формы.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Множества: Бесконечность

Этот фильм знакомит с историей парадоксов бесконечности и предоставляет обзор того, как современные математики пытаются использовать бесконечность как еще одно число.

Невероятная сила муравьев

Этот фильм исследует то, что произойдет с площадью поверхности и объемом куба, если куб будет увеличен. После объясняет, почему муравьи могут поднимать груз больше собственного веса тела.

Топология

В этом фильме даются примеры форм и твердых тел, которые могут быть описаны логически, но могут оказаться парадоксальными.

План урока

Вводный этап

Фракталы – визуальная часть математики, и поэтому, возможно, лучший способ описать их – показать примеры: наберите “фрактал” в поисковых сайтах и получите десятки потрясающих изображений. Если это будет возможным, покажите примеры множества Мандельброта и его свойства самоподобия при повторном увеличении. Затем спросите: Может ли этот процесс продолжаться бесконечно, с еще большим уровнем детализации на меньшем уровне?

Демонстрация фильма

Фракталы: Губка Менгера

Основной этап

Базовый уровень

Математика Губки Менгера является сложной, поэтому изучите тему, исследуя сначала 2D, а потом 1D аналоги “Губки”, а именно ковер Серпинского (2D) и множество Кантора (1D). Покажите первый этап ковра Серпинского: квадрат со стороной одной трети стороны большего квадрата, вырезанный из центра большего квадрата. Попросите учеников повторить процесс и изучить площадь и периметр ковра Серпинского на каждом этапе. Затем сделать то же самое для прямой линии, вырезая среднюю треть, но оставляя по краям два отрезка. Попросите учащихся обобщить результат Губки Менгера для ковра Серпинского и множества Кантора (в множестве Кантора оставшаяся длина стремится к нулю, а число оставшихся отрезков стремится к бесконечности).

Основной этап продолжение ...

Углубленный уровень

Предложите ученикам изучить Губку Менгера на каждом этапе его создания и подсчитать количество кубов (кубиков на каждой итерации) на каждом этапе процесса. Попросите найти обобщенную формулу для количества кубов Губки Менгера (количество кубиков после n -ной итераций = 20^n в степени n).

Дополнительное задание

Обобщая результаты учеников, спросите их: как их результаты выглядели бы на графике? С помощью графического программного обеспечения покажите линейные, квадратичные, кубические и экспоненциальные графики и их обратные функции, и соедините каждую последовательность с соответствующим графиком. Затем попросите их объяснить в общих чертах форму графика, описанного в фильме (например, для Губки Менгера число кубов быстро растет, но площадь и объем каждого куба быстро уменьшается. Уменьшение объема быстрее, чем увеличение числа кубов, поэтому общий объем уменьшается, а увеличение числа кубов быстрее, чем уменьшение площади поверхности, поэтому общая площадь поверхности увеличивается).

Необязательное дополнительное задание

Найдите в интернете информацию о множестве Мандельброта и предложите учащимся попробовать создать фракталы.

