



# Хаос по ошибке

## Основное содержание урока

Этот фильм помогает понять тему теории хаоса – раздела математики, в котором предполагается, что небольшие различия в начальных условиях системы могут привести к очень большим различиям в результатах. Это явление известно как “эффект бабочки”. Во многих математических моделях небольшие упрощения алгебраических уравнений и ошибок округления чисел могут радикально изменить прогнозы моделей. Погодные условия, рост численности населения и движение планет – всё это примеры хаотичных систем.



Начальные знания квадратичной функции будут полезны для выполнения рекомендуемых заданий.

## Основные результаты

### Цели урока

- Ознакомить с математической теорией хаоса.
- Ввести понятие разницы между линейными и нелинейными уравнениями.
- Ознакомить со смыслом сходимости ряда и асимптоты на графике.

### Рекомендуемые задания

- Построение графика функции  $y = x^n$  с увеличением значения  $n$ .
- Вычисление значения изменения  $y$  за единицу изменения  $x$  для линейной, квадратичной и кубической функций.
- Построение графика квадратичной функции  $y = x^2 - 1$  и графика ее обратной функции.

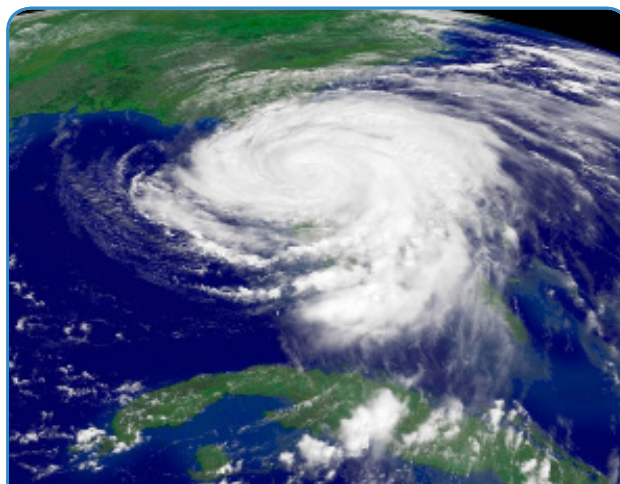
## Дополнительные результаты

### Цели урока

- Ознакомить с условиями сходимости геометрической прогрессии ( $-1 < r < 1$ ).
- Ознакомить с фракталами и принципами построения фракталов.

### Рекомендуемые задания

- Вычисление суммы первой сотни членов геометрической прогрессии для различных значений знаменателя  $r$ .
- Изучение фрактальных приложений Мандельброта и Жюлиа в интернете.



Трудно прогнозировать погоду, потому что невозможно точно предсказать поведение хаотических систем с участием огромного множества факторов.

## Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

### Волны-убийцы

Этот фильм выдвигает на первый план опасности предсказания, основанного на неправильных математических моделях.

Рекомендуется использовать после данного урока:

### Математический анализ: Ньютон

Этот фильм исследует работу Исаака Ньютона, математика и учёного, который предложил возможность описания Вселенной с помощью уравнений.

### Фракталы: Снежинка Коха

Данный фильм показывает, как небольшие повторяющиеся изменения могут образовать очень сложные формы, обладающие нелогичными свойствами.

## План урока

### Вводный этап

Представьте учащимся карту прогноза погоды на один, два, 5 и более дней. Обратите внимание, что детали прогноза могут значительно отличаться после первых 24 часов. Спросите учащихся, почему так происходит, и обсудите, как найти надёжный прогноз погоды.

### Демонстрация фильма

#### Хаос по ошибке

### Основной этап

#### Базовый уровень

Опираясь на изложенные в фильме идеи, спросите у учащихся, как бы они объяснили теорию хаоса. Докажите, что теория хаоса характеризуется следующим образом:

- Небольшие изменения в свойствах могут привести к большим изменениям в результатах.
- Небольшие изменения в свойствах могут сделать систему менее устойчивой.

Далее попросите учащихся построить график функции  $y = x^n$  для положительных значений  $x$  и  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ . Составьте таблицу изменений значения  $y$  для изменения одной единицы значения при  $x = 1, 2, 3$ . Обратите внимание, что при высоком значении  $n$  значение  $y$  увеличивается значительно быстрее. Докажите, что модели теории хаоса имеют нелинейные связи между переменными.

## Основной этап продолжение...

### Углубленный уровень

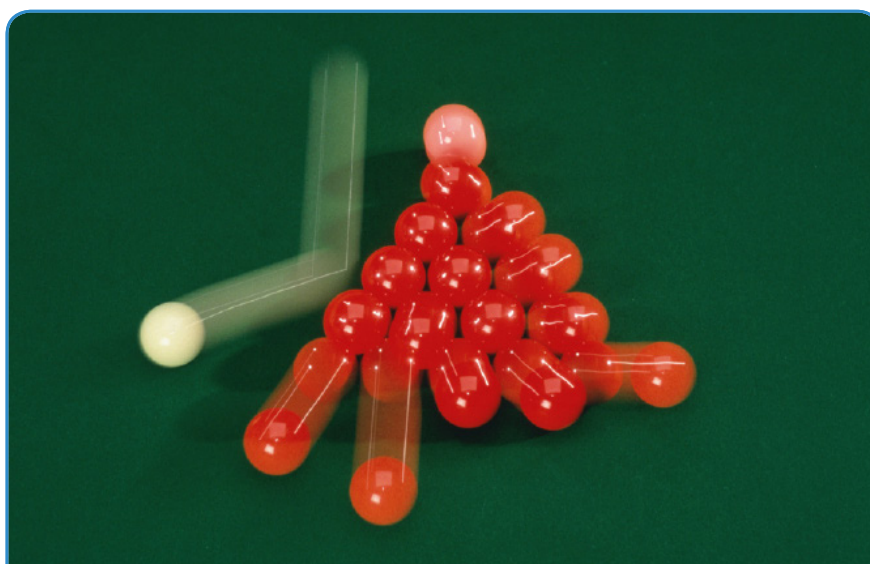
Объясните, что такое геометрическая прогрессия, и запишите формулу для суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии. Предложите учащимся вычислить суммы первых ста значений геометрической прогрессии при различных значениях знаменателя  $r$ . Также проверьте значения  $r$  со значением 1. Докажите, что сумма разная, если  $r > 1$ , но сходится, если значение  $r < 1$ . Спросите у учащихся, что произойдёт, если составить две геометрические прогрессии со значением  $r$  от 0,9999 до 1,0001 соответственно, и если округлить значения  $r$  до трёх знаков после запятой. Докажите, что модель теории хаоса очень чувствительна к небольшим изменениям свойств значений.

### Дополнительное задание

Дайте задание построить график квадратичной функции  $y = x^2 - 1$  и её обратной функции. Докажите, что  $y = x^2 - 1$  расходится при  $x < -1$  и  $x > 1$ , но принимает значение от 0 до -1, если  $-1 < x < 1$ . На том же графике начертите её обратную функцию. Докажите, что графики взаимны, асимптоты к линии  $x = +/- 1$ , оси  $x$ , при  $x < -1$  и  $x > 1$ , а также асимптоты к линии  $x = +/- 1$ , при  $-1 < x < 1$ . Обратите внимание учащихся на то, как просто создать математическую функцию, которая меняется при незначительных изменениях значения  $x$ .

### Необязательное дополнительное задание

Предложите учащимся исследовать фракталы и объясните, как они получаются из математических уравнений. Найдите в интернете приложения, которые выводят графические изображения множеств Жюлиа и Мандельброта, и проведите эксперимент, чтобы узнать, как меняются изображения на небольшие значения в исходной точке.



**Невозможно точно предсказать поведение хаотических систем с участием огромного множества факторов.**