Логика: Байесовкие роботы

Основное содержание урока

В этом фильме описаны роботы, работающие с помощью байесовской статистики – это тип статистики, в которой используется теорема Байеса для условной вероятности. Швейцар роботизированной больницы преодолевает препятствия в коридоре; другой робот находит и приносит степлер. Теорема Байеса представлена на экране. Её применение проиллюстрировано на примере определения вероятности того, что у пациента корь, по наличию пятен.

Учащиеся должны владеть углубленным знанием основы вероятности до просмотра этого фильма. Также будет полезно знание теории множеств.

Основные результаты

Цели урока

- Сформировать понятие о том, что символы могут использоваться для представления чисел в уравнениях или в выражениях и формулах.
- Ознакомить с языком вероятности в таких терминах, как “условная вероятность” и “вероятность A из события B”.
- Ознакомить с формулой для условной вероятности и развивать умение использовать ее.

Рекомендуемые задания

- Решение задач с использованием формулы условной вероятности.
- Выполнение иллюстрации соотношения кори/пятен, описанного в фильме, с использованием диаграммы Венна.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Ознакомить с теоремой Байеса для зависимых событий и развивать умение использовать ее.
- Ввести понятия значения или меры вероятности из теоретических моделей и развивать умение использовать их.
- Развивать умение оценивать вероятности из ранее собранных данных.

Рекомендуемые задания

- Получение теоремы Байеса из формулы условной вероятности.
- Определение вероятности событий на основе экспериментальных данных с помощью теоремы Байеса.

Теорема Байеса является результатом теории вероятностей.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Парадокс Монти Холла

Этот фильм исследует известную игру-шоу “Дилемма заключенного”, которую можно решить с помощью теоремы Байеса.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Очень странный закон Бенфорда

В этом фильме речь идет о распределении первых цифр естественно появляющихся чисел, далеких от случайного выпадения, но следующих общей схеме, где меньшие числа встречаются гораздо чаще, чем большие числа.

Переменные: Свидание с помощью чисел

В этом фильме рассматривается использование количественных и качественных данных для предсказания вероятности притяжения между мужчинами и женщинами.

Как алгоритмы изменяют мир

Этот фильм дает примеры использования алгоритмов для управления автоматизированными процессами: от механизмов жизнеобеспечения до торговли акциями.

План урока

Вводный этап

Опишите классу следующий сценарий: Вы предлагаете бросить монетку, и если она упадет решкой вверх, то вы отменяете домашнее задание. Затем бросаете монету один, два, три раза, и каждый раз выпадает орел. Спросите учащихся, какова, по их мнению, вероятность того, что монета односторонняя? Затем скажите, что вы бросите монету снова дюжину раз, и каждый раз она выпадает орлом вверх. Что теперь они скажут о вероятности её односторонности? Что, если это происходит в сотый раз? Объясните, что математики разработали формальную теорию, которая вычисляет точную вероятность того, что монета является односторонней, учитывая все доступные экспериментальные доказательства.

Демонстрация фильма

Логика: Байесовкие роботы

Основной этап

Базовый уровень
Запишите формулу условной вероятности и объясните, что означает каждая часть формулы. Примените формулу в простых ситуациях, например определение вероятности выпадения 4 при бросании кубика с учетом того, что полученное число четное. Нарисуйте диаграмму Венна и объясните, что каждую область диаграммы Венна можно рассматривать как вероятность. Затем объясните формулу:

$$p(AB) = p(A) + p(B) – p(AB),$$

не забывая о сложении областей и вычитании пересечения двойного учета. Затем вернитесь к формуле условной вероятности и подтвердите её, рассматривая области диаграммы Венна (“событие B” означает, что только часть схемы имеет значение B).

Основной этап продолжение ...

Углубленный уровень
Запишите формулу условной вероятности и покажите, как из нее можно вывести теорему Байеса:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Объясните, что формула используется для “обновления” оценки неизвестной вероятности от p(A) до p(A|B), где B является “новым событием”. Этот процесс обновления может применяться неоднократно, позволяя роботам в фильме изучить данные, которые они собирают.

Примените формулу в ситуации с корью (M) и пятнами (S), начиная с вероятностей P(M) = 1/1000 и P(S) = 1/2000, а также с P(S/M) = 1 (вы всегда обнаружите пятна, если у вас есть корь). Покажите, что P(M/S) = ½.

Дополнительное задание

Базовый уровень
Установите теорему Байеса, как указано выше, и просмотрите тот же расчет корь/пятна. Затем проиллюстрируйте результат, рассматривая население в 200 000 человек, и определите вероятности, указанные выше: 100 будет иметь корь, 200 будет иметь пятна. Предполагается, что все люди с корью имеют пятна. Нарисуйте диаграмму Венна для этих данных с M как подмножество S. Укажите, что 100 из 200 человек имеют пятна кори, поэтому можно заключить, что формула P(M|S) = 100/200 = ½, подтверждена.

Углубленный уровень
Рассмотрите пример с двухсторонней монетой, описанный в начале урока. Предположим, центральный банк сказал вам, что монет с одинаковой стороной (два орла) в обращении имеется один на миллион. Предположим, что на ваших глазах монету бросают четыре раза, и каждый раз выпадает орел (DH). Какова вероятность того, что монета с одинаковой стороной? Ваш первый ответ, прежде, чем монета брошена, p(DH) = 1/1 000 000. Используя теорему Байеса, получите четыре орла (4H):

$$p(DH\,|4H) = \frac{p(DH)}{p(4H)} \times p(4H\,|DH)$$

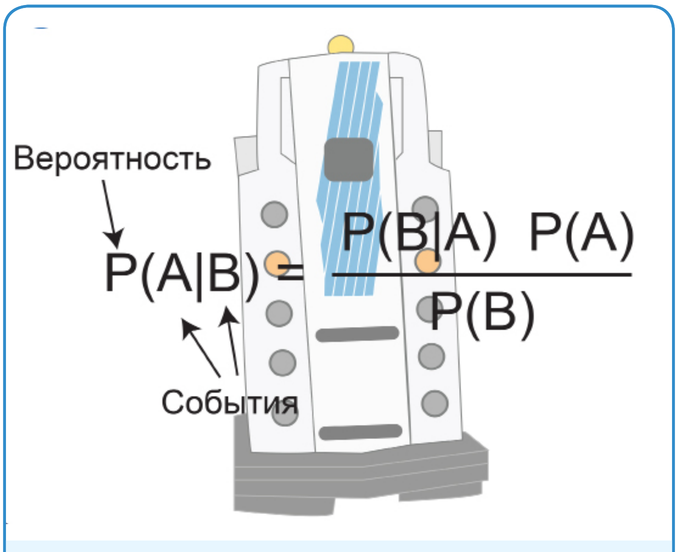
Теперь p(4H) = (½) 4 = 1/16, p(4H|DH) = 1,

$$p(DH\,|4H) = \frac{1/1000000}{1/16} \times 1 = \frac{16}{1000000}$$

поэтому прибавьте пять или больше орлов в ряд.

Необязательное дополнительное задание

Усложните подход, указанный выше, до более сложных задач, например: полагаю, вам известно, что один из тысячи игральных кубиков – со смещением, так что вероятность получить шесть составляет 1/3. Предположим, что вы бросаете кубик десять раз и получаете 6 десять раз. Какова вероятность того, что игральный кубик со смещением? Рассмотрим, как такого рода рассуждения могут быть применены в промышленности, например, с возможно неисправными электронными компонентами на спутнике.



Теорема Байеса представляет собой способ понимания того, как вероятность истинности теории подвергается влиянию новых доказательств.