



Индия и отрицательные числа

Основное содержание урока

Этот фильм исследует правила арифметики с отрицательными числами и может быть использован для более глубокого понимания учащимися этих правил. Фильм начинается с описания периода индийской математики до европейской эпохи Возрождения, охватывая тригонометрию, астрономию и систему счисления. После того, как индийские математики ввели понятие числа ноль, следующим логическим шагом было изучение отрицательных чисел. Проиллюстрированы корни из отрицательных чисел в торговой системе. Описываются рассуждения Брахмагупты на тему о том, как отрицательные числа комбинируют в арифметике. Возможности, которые отрицательные числа открывают для решения квадратных уравнений и системы уравнений, упоминаются в конце фильма.



Основные результаты

Цели урока

- Ввести понятие отрицательных целых чисел в координатах и преобразовании на числовую ось и развивать умение использовать их.
- Формировать умение использовать правила сложения, вычитания, умножения и деления с отрицательными числами.
- Развивать умение использовать относительные числа в практических целях, например, в торговле.

Рекомендуемые задания

- Применение правил арифметических действий с отрицательными числами.
- Решение простых задач с отрицательными числами.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Развивать умение находить точное решение систем уравнений с двумя неизвестными.
- Развивать умение решать квадратные уравнения разложением на множители или с использованием формулы корней квадратного уравнения.

Рекомендуемые задания

- Решение системы уравнений вычитанием одного уравнения из другого для исключения одного неизвестного, для нахождения как положительного, так и отрицательного решения.
- Решение квадратных уравнений с использованием разложения на множители и формулы корней квадратного уравнения; арифметические действия с отрицательными числами.



Брахмагупта обосновал, что отрицательные числа могут быть рассмотрены теоретически с помощью правил, применяемых к положительным числам.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Числа: Открытие нуля

Этот фильм описывает первые известные записи нуля индийскими математиками в V веке н.э.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Ход сардин

Этот фильм показывает практическое применение отрицательных чисел в глубинах океана.

Числа: Жизнь без чисел

В этом фильме задается вопрос: смогли бы цивилизации существовать без каких-либо чисел?

Мнимые числа

Этот фильм исследует природу квадратного корня из отрицательного числа.

Зеркальные линии Тадж-Махала

Этот фильм описывает, как изобретатели отрицательных чисел использовали симметрии для грандиозных эффектов в архитектуре.

План урока

Вводный этап

Начните урок с цитаты известного математика Огастеса де Моргана из его “Исследования Алгебры”, написанного в 1831 году: “8 - 3 понять легко, 3 можно вычесть из 8, остаток составит 5, но 3 - 8 - это невозможно, вычесть из 3 больше, чем есть в 3, – это абсурд. Если подобное выражение, как 3 - 8, должно быть ответом на проблемы, это означает, что либо существует некоторая абсурдность в самой проблеме, либо в способе её введения в уравнение”.

Спросите у учащихся, согласны ли они с этим.

Демонстрация фильма

Индия и отрицательные числа

Основной этап

Базовый уровень

Объясните, что отрицательные числа всегда волновали математиков, отсюда заинтересованность Брахмагупты в указании правил их использования. Просмотрите правила одно за другим, начиная с добавления отрицательного числа. Покажите последовательность расчетов: $5 + 3 = 8$; $5 + 2 = 7$; $5 + 1 = 6$; $5 + 0 = 5$; отсюда $5 + (-1) = 4$... – ответ уменьшается на единицу каждый раз. Ознакомьте также с числовой осью для обоснования правила. Сделайте то же самое для вычитания отрицательного числа, затем умножением или делением положительного числа на отрицательное и, наконец, умножением или делением отрицательного числа на отрицательное. Затем предложите простые задания для закрепления применения правил.

Основной этап продолжение ...

Углубленный уровень

Сообщите учащимся, что отрицательные числа серьезно начали использоваться математиками отчасти потому, что они были полезны в решении уравнений, которые имели положительные решения. Начнем с примера систем уравнений:

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 5 \\ 9x - 3y &= 15 \end{aligned}$$

Вычтем из первого уравнения системы второе, чтобы получить:

$$-5x + 0y = -10$$

Следовательно,

$$x = -10 / -5 = +2, y = +1$$

Объясните, что задача может быть решена другими способами с использованием правил арифметических действий с отрицательными числами, также дающих правильный (положительный) ответ.

Дайте учащимся задания для решения других систем уравнений с положительными ответами, которые могут быть решены с помощью арифметических действий с отрицательными числами.

Дополнительное задание

Попросите учащихся решить уравнение:

$$x^2 - 5x + 6 = 0,$$

или просто чтобы подтвердить, что $x = 2$ и $x = 3$ – это решения.

Затем проработайте стандартные пути решения этого уравнения разложением на множители или с помощью формулы корней квадратного уравнения. Попросите учащихся заострить внимание на решении, где используются арифметические действия с отрицательными числами. Поразмыслите над практичностью отрицательных чисел в нахождении положительного решения уравнений. Составьте задание.

Необязательное дополнительное задание

Попросите учащихся рассмотреть сложные числа, образованные с помощью квадратных корней из отрицательных чисел. Запишите правила арифметических действий для сложных чисел. Найдите в реальном мире области применения сложных чисел для решения повседневных проблем.

Долг минус ноль равно долг.
 Имущество минус ноль равно имущество.
 Ноль минус ноль равно ноль.
 Долг, вычтенный от нуля, равно имущество.
 Имущество, вычтенное от нуля, равно долг.
 Произведение нуля на долг или на имущество равно ноль.
 Произведение нуля на ноль равно ноль.
 Произведение или отношение двух имуществ равно имущество.
 Произведение или отношение двух долгов равно имущество.
 Произведение или отношение долга на имущество равно долг.
 Произведение или отношение имущества на долг равно долг.

Брахмагупта изложил первые правила для работы с положительными и отрицательными числами в 11 простых утверждениях.