



Самое большое число

Основное содержание урока

В данном фильме описывается число Грэма – это число, которое при открытии было самым большим из чисел, когда-либо примененных в математическом доказательстве. Профессор Рон Грэм открыл его в 1977 году, когда работал над задачей, связанной с многомерными кубами.

Фильм начинается с описания меньших чисел: гугола и гуголплекса, оба из которых определены степенью 10. Упоминается и демонстрируется на экране понятие тетрации. Число Грэма описано как предел, наивысшее предельное решение задачи. Само число показано на экране при помощи стрелочной нотации Кнута. Далее показан Грэм, работающий над сравнением по модулю для проверки того, что последним знаком его числа является семь.



Данный фильм рекомендуется использовать при изучении идеи очень больших чисел, а также для демонстрации их математической записи. Понимание сложности гугола, тетрации, пределов и сравнения по модулю не обязательно при просмотре данного фильма.

Основные результаты

Цели урока

- Формировать умение определять и использовать названия больших чисел от одной тысячи до одного гугола.
- Формировать умение выражать числа в виде $a \times 10^n$, где n – целое число и $1 \leq a < 10$.
- Формировать умение использовать индексное обозначение и правила действий с показателями при умножении и делении положительных целых степеней.

Рекомендуемые задания

- Перечисление известных учащимся чисел и заполнение пропущенных чисел степеней десяти до 10^{99} .
- Сравнение примеров больших чисел в реальной жизни и приведение примеров для каждого названного числа.
- Простые вычисления с большими числами с использованием стандартной индекс-формы.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Формировать умение определять и использовать знак факториала.
- Формировать умение вычислять число перестановок n объектов с помощью факториалов.
- Формировать умение вычислять степени в степени, например $2^{3^4} = 2^{81} = 2,41785... \times 10^{24}$.
- Дать представление о том, что подразумевается под математическим пределом.
- Ознакомить со сравнением по модулю.

Рекомендуемые задания

- Использование тетрации (степень в степени в степени...) для вычисления наибольшего возможного числа из данного множества целых чисел.
- Вычисление факториала на калькуляторе.
- Определение разных способов вычисления факториала учащимися.
- Простые вычисления на сравнение по модулю.
- Нахождение пределов простых сходящихся последовательностей.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Числа: Жизнь без чисел

В данном фильме исследуется возможность повседневной жизни без использования чисел.

Числа: Открытие нуля

В данном фильме объясняется, почему даже простые числа потребовали полета фантазии ранних цивилизаций.

Сколько весит Интернет?

В данном фильме демонстрируется, как числа в стандартном виде можно использовать для нахождения удивительно скромных оценок веса интернета.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Шкала Рихтера

В данном фильме объясняется связь между логарифмами и степенями, а также демонстрируется, как логарифмы используются для подсчета и измерения землетрясений.

Множества: Бесконечность

В данном фильме дается ознакомление с понятием математической бесконечности, применяемой в теории множеств.

Декартовы координаты

В данном фильме дается ознакомление с многомерными кубами – областью математики, относящейся к числу Грэма.

Могут ли обезьяны написать как Шекспир?

В данном фильме исследуются границы между невозможным и невероятным с помощью определения возможностей того, что обезьяны случайным образом напечатают на машинке произведения Шекспира.

Хаос по ошибке

В данном фильме рассказывается, почему самые большие и быстрые суперкомпьютеры все еще имеют трудности с предсказанием погоды.

План урока

Вводный этап

В начале фильма задайте учащимся вопрос: Какое самое большое число они могут назвать? Как называется тысяча триллион? Для каждого названного числа попросите их привести пример для того, чтобы иметь некоторое представление о его размере (например, 10^{12} рыб в океане, 10^{14} нейронных связей в мозге человека, 6×10^{21} чашек воды на Земле...)

Демонстрация фильма

Самое большое число

Основной этап

Базовый уровень

Перейдите к определениям и названиям степеней десяти от трех до девяноста девяти, возрастающих до тысячи (тысячи, миллиона, миллиарда, триллиона, квадриллиона, квинтиллиона, секстиллиона... дуотригинтиллиона). Попросите учащихся определить примеры в названиях чисел. Объясните, что гугол на самом деле имеет ограниченное математическое значение, не предусматривающее округление числа. Приведите примеры больших чисел, например, буквы в последовательности ДНК, все муравьи в мире, все когда-либо выращенные зерна риса. Попросите учащихся попытаться привести примеры для каждого числа, умножая количество, как показано выше, например, число волос на голове человека \times количество людей, число блох на собаке \times количество собак...

Углубленный уровень

Приведите примеры того, как работают тетрации, а затем попросите учащихся вычислить наибольшее число, используя только степени и заданный набор целых чисел, например,

$$5^6 = 5^{279936} > 7^5 = 7^{7776}$$

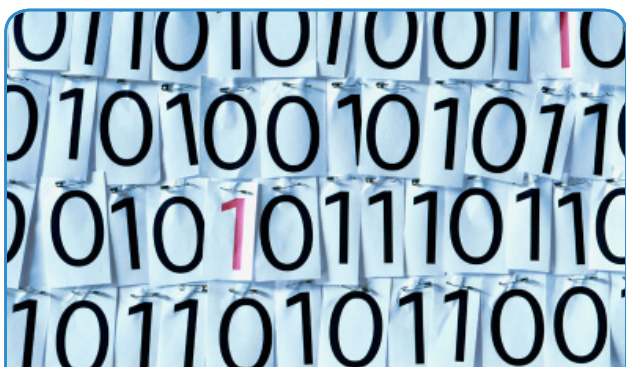
Ознакомьте с самым первым этапом вычисления числа Грэма и покажите, что даже при нем образуется слишком большое число для работы со стандартным научным калькулятором.

Дополнительное задание

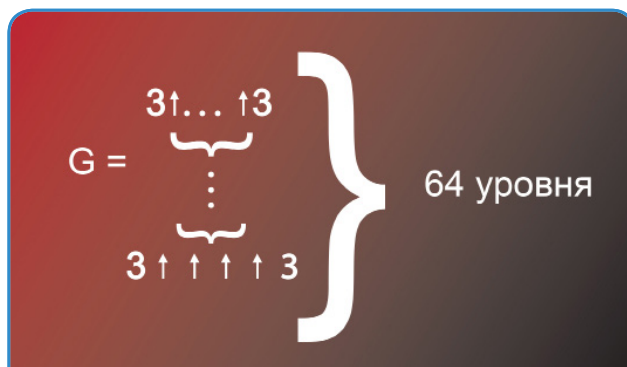
Объясните, что в математике очень большие числа полезнее для расчета возможных, чем конкретных событий. Объясните знак факториала. Затем предположите, что завуч был обеспокоен несоответствующим поведением и попросил преподавателей проверить план рассаживания 30 учащихся в 30-местном кабинете. Сколько разных схем должен рассмотреть преподаватель? ($30! = 2,65 \times 10^{32}$). Затем рассмотрите задачу со 100 учащимися в спортивном зале и 500 учащимися в главном зале. Если бы разные планы рассадки вычислялись на компьютере, один в секунду, сколько времени заняла бы прогонка всех вариантов? Поразмышляйте о необходимости таких вычислений до начала работы с компьютерными программами.

Необязательное дополнительное задание

Изучите показанную в фильме стрелочную нотацию Кнута. Чему равно $3 \uparrow 3$? Чему равно $5 \uparrow 4$? Чему будет равно $3 \uparrow \uparrow 2$? И $2 \uparrow \uparrow 3$? Приведите другие примеры в математике, где используются эти обозначения.



Вместо того, чтобы писать 100 нулей, стандартная форма указывает количество нулей в виде степени.



Самое большое число в мире не пишется с помощью степени, но нуждается в специальной форме сложных обозначений.